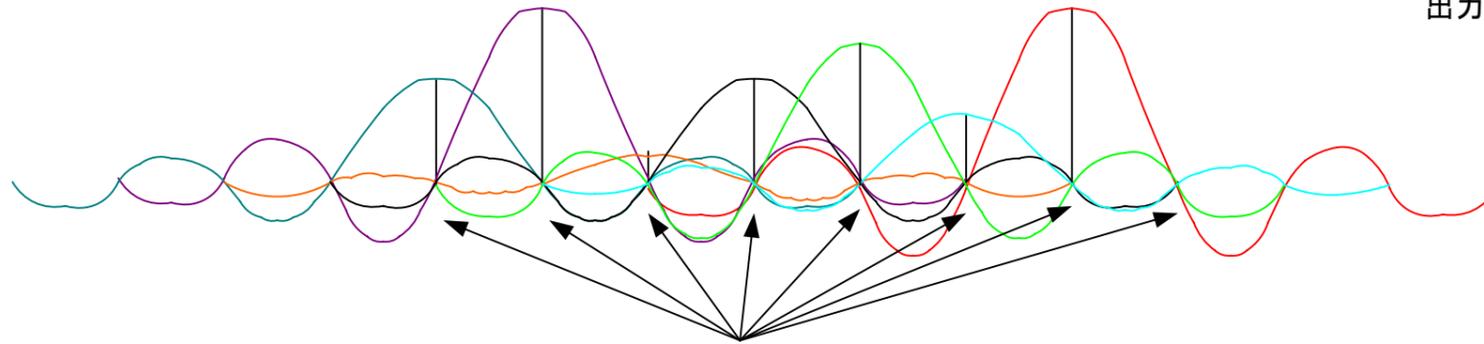


ナイキスト周波数以下を通す理想LPFフィルタの周波数応答を逆フーリエ変換したもの

上記のフィルタのインパルス応答でもある。

畳み込み積分を行うと、LPFがかかった出力が得られる。



サンプル点では1個の曲線をのぞいて0で交差していることに注意

(サンプル点の値は保存されるようになっている)

アナログ復元波形 =
$$\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{-\infty} X(m) \delta(t-m) * \text{Sin}((n-m)\pi) / ((n-m)\pi) dn$$

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & (t=0) \\ 0 & (t \neq 0) \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) = 1$$



図1

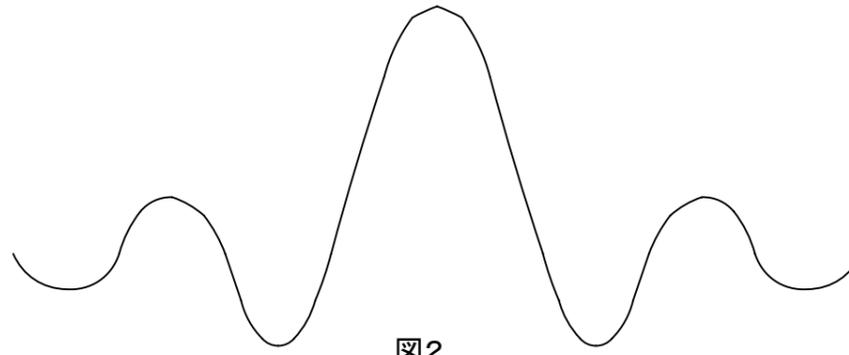


図2

図1の関数と図2の関数の畳み込み演算を行うイメージを図3に示す。

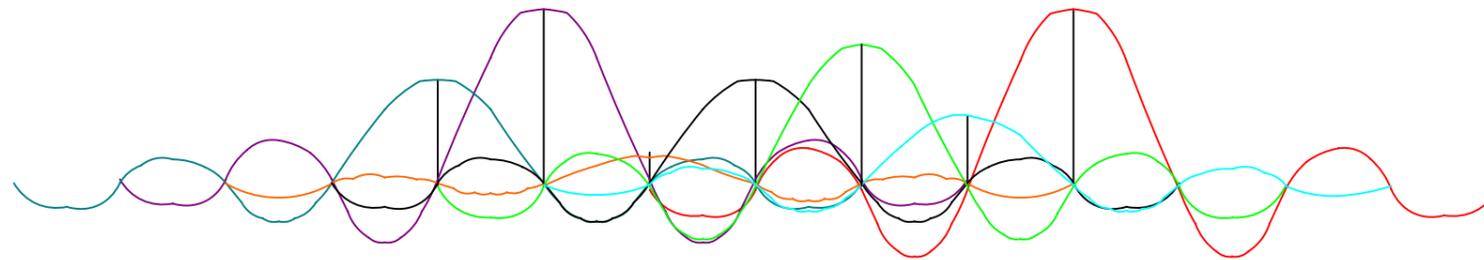


図3

図3で、各色の曲線の総和をとったものが、畳み込み演算の結果である。図4のようになる。

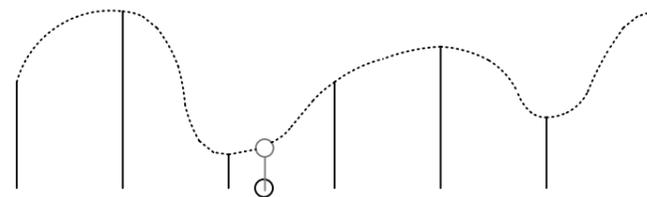
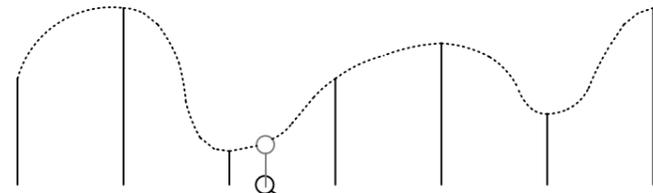


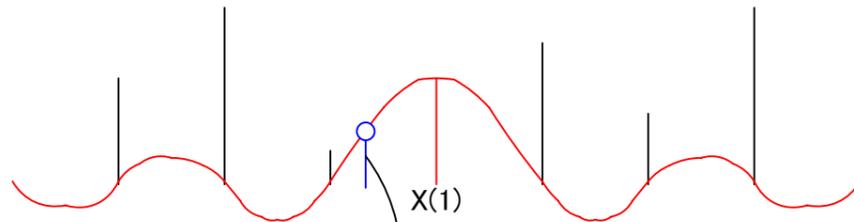
図4

図4をみてわかるように、各サンプル点のピークはなめらかな曲線でつながれる

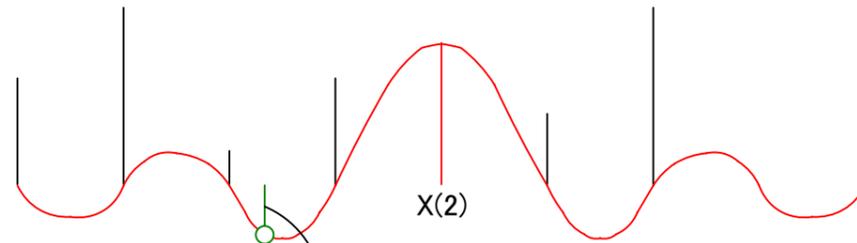
サンプル点の間の任意の位置の値はどう計算すべきか？



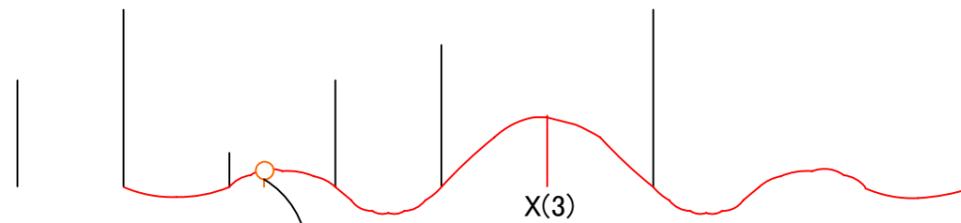
この点の画素値を求めるには



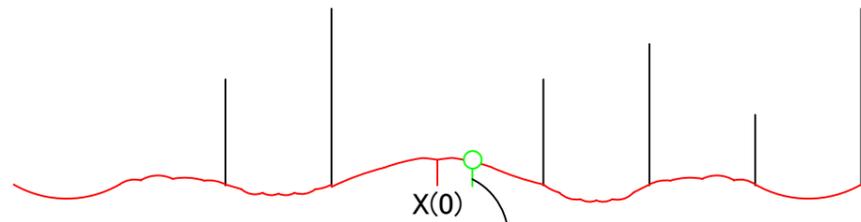
$$X(1) * \sin(-2\pi/3) / (-2\pi/3)$$



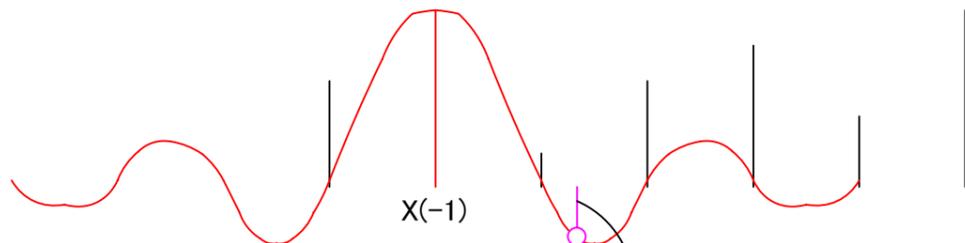
$$X(2) * \sin(-5\pi/3) / (-5\pi/3)$$



$$X(3) * \sin(-8\pi/3) / (-8\pi/3)$$

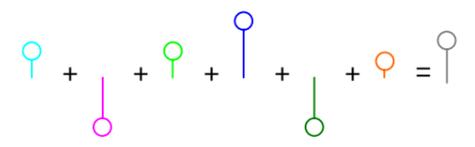
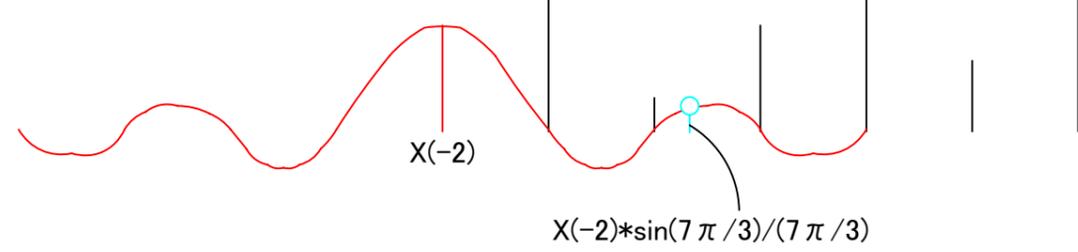


$$X(0) * \sin(\pi/3) / (\pi/3)$$



$$X(-1) * \sin(4\pi/3) / (4\pi/3)$$





$$X(1/3) = \dots + X(-2) \cdot \sin(7\pi/3) / (7\pi/3) + X(-1) \cdot \sin(4\pi/3) / (4\pi/3) + X(0) \cdot \sin(\pi/3) / (\pi/3) + X(1) \cdot \sin(-2\pi/3) / (-2\pi/3) + X(2) \cdot \sin(-5\pi/3) / (-5\pi/3) + X(3) \cdot \sin(-8\pi/3) / (-8\pi/3) + \dots \quad \text{--- 式①}$$

アナログ波形全体は畳み込み演算で得られるが、注目点に着目してその場所のアナログ値を計算させるには上記の考え方が必要である。

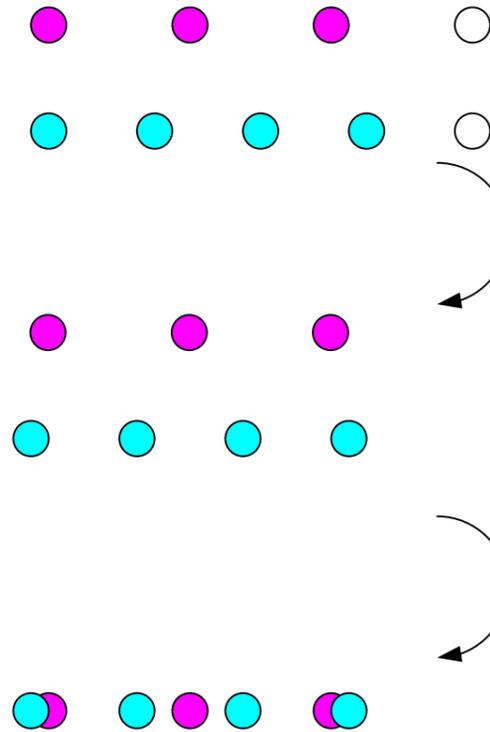
式①をみるとわかるように、FIRフィルタの形をしていることがわかる

サンプリングポイント以外の画素値の計算はわかった。

では、画像の拡大について考えてみることにする。

画像の拡大も縮小もサンプリング点以外の値を補間して算出する点では同じである。
違うのは理想LPFの特性である。それ以外は拡大も縮小も同じ処理であると考えてよい

4/3倍
するイ
メージ



センターをあわせる

重ね合わせる

3点の ● から、もとの位置とは違う4点の ● の位置の画素値を求める。

このとき、理想LPFの遮断周波数は拡大前のデジタル画像のナイキスト周波数となる。

拡大によって増える高周波成分は値0となる。

このことが拡大するとぼけていく原因になっている。

縮小の場合、縮小前の画像に含まれる高周波成分は、縮小後表現できなくなるので
縮小の場合、縮小後のデジタル画像のナイキスト周波数に遮断周波数を設定する。
縮小前の画像のナイキスト周波数を遮断周波数とする $\sin(x)/x$ 関数で畳み込むと
エリアシングが発生する。きれいな縮小画像を生成するには、縮小後のデジタル画像
のナイキスト周波数に遮断周波数を設定する必要がある。

